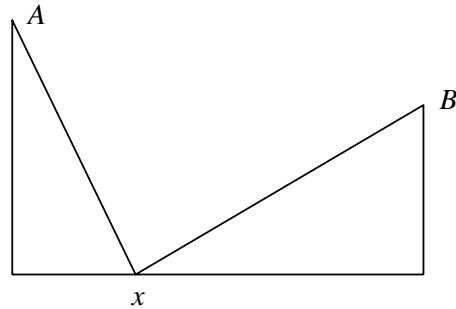


Primero de Informática

Examen de Análisis Matemático

1.

Dados los puntos $A = (0, 3)$ y $B = (2, 2)$, calcula el camino más corto para ir de A a B pasando por un punto $(x, 0)$ del eje de abscisas. Debes de justificar que el mínimo calculado es un mínimo absoluto.



2. Sea $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$.

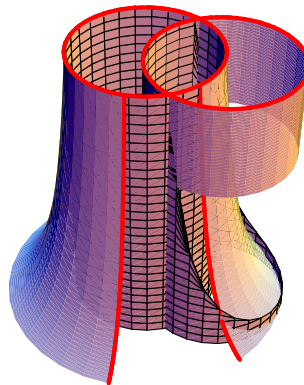
a) Calcula razonadamente $F'(x)$, para $x \in \mathbb{R}$.

b) Calcula el límite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - x}{x^2}$.

c) Calcula una aproximación de $F(1/2) = \int_0^{1/2} e^{-t^2} dt$ mediante $P_4(1/2)$, donde $P_4(x)$ es el polinomio de Taylor de orden 4 de F en $a = 0$.

3. Sea Γ la curva intersección de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y el plano $x + y + z = 1$. Calcula los puntos de Γ que están más cerca y más lejos del punto $(1, 2, 3)$. Justifica que los resultados obtenidos son valores máximos y mínimos absolutos.

4. Calcula el volumen de la región de \mathbb{R}^3 situada sobre el plano XY , que queda bajo la gráfica de la función $z = \frac{4 - x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, es interior al cilindro $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ y exterior al cilindro $x^2 + y^2 = 1$.



Todos los ejercicios puntúan por igual.